
CATS: Ein Computer Algebra Training System: Mathematisches Assessment mit *MapleTA*TM

Thomas Schramm

*Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg, Fachbereich Geomatik
Hebebrandstraße 1, D-20097 Hamburg, Deutschland*

Die berechtigten mathematischen Anforderungen in der Ingenieurausbildung bereiten den Studierenden oft große Probleme und gefährden so den Studienerfolg. Die mathematischen Inhalte müssen aber nicht nur vermittelt, sondern auch geübt werden. Übungen in ausreichendem Maß zur Verfügung zu stellen, übersteigt oft die vorhandenen Lehrkapazitäten. Daher bieten sich Web-gestützte Szenarien zur Entlastung an. Herkömmliche E-Learning-Plattformen eignen sich zu diesem Zweck aber nur bedingt. Wir berichten über die Einführung des Web-basierten Trainings- und Assessmentsystems *MapleTA*TM, das den Studierenden beliebig viele verschiedene Übungsaufgaben in korrektem Formelsatz im Internet anbietet und die Antworten online bewertet. Die Möglichkeiten des Systems gehen weit über Multiple-Choice- oder numerische Fragen hinaus. Mithilfe des im Hintergrund wirkenden Computeralgebrasystems *Maple*TM können auch symbolische, mathematisch korrekte Antworten als richtig erkannt werden, auch wenn Sie nicht exakt einer Vorgabe entsprechen.

EINLEITUNG

Zu Beginn ihres Studiums geraten Studierende der Ingenieurwissenschaften oft in große Schwierigkeiten, wenn sie mit den mathematischen Anforderungen ihres Grundstudiums konfrontiert werden. Prüfungen werden so oft aufgeschoben, müssen wiederholt werden oder das Studium wird sogar aufgegeben. Die Ursachen sind sicher vielschichtig. Viel wäre schon gewonnen, wenn die Anforderungen der Hochschulen und Universitäten an den Schulen bekannt wären, oder zumindest ein Konsens darüber bestünde, was denn *Allgemeine Hochschulreife* bzw. *Fachhochschulreife* wirklich beinhalten muss. Kontakte zwischen einzelnen Hochschulen und Schulen sind dabei eine Möglichkeit ins Gespräch zu kommen [1]. Das hier vorgestellte System eignet sich aber natürlich auch, um *Testklausuren* zu entwerfen, die angehende Ingenieurstudenten unverbindlich und anonym ausprobieren können, um zu sehen, was auf sie zukommt.

In der Hochschule selbst müssen wir Lehrende mit dieser Problematik umgehen, wobei wir uns es zunehmend nicht mehr leisten können, ungeeignet scheinende Kandidaten *herauszuprüfen*. Lehrangebote in unterschiedlichen Formen helfen, den

unterschiedlichen Lerntypen entgegenzukommen. Der konsequente Einsatz Computergestützter Mathematik-Systeme in der Lehre und zum Selbstlernen macht es dabei möglich, den Stoff zu entschlacken und so eine anwendungsorientierte Mathematik zu vermitteln [2-9]. An der HAW Hamburg entwickelt z.B. eine Fachbereichsübergreifende Arbeitsgruppe auf der Basis des Computeralgebrasystems *Maple*TM interaktive Worksheets (Computerarbeitsblätter), die allen Lehrenden und Studierenden frei zur Verfügung stehen [10].

Um einen nachhaltigen Studienerfolg zu sichern, müssen die vermittelten Inhalte geübt werden. Klassisch werden hierzu Übungsaufgaben vergeben, die beantwortet und korrigiert werden müssen. Das bringt natürlich einen erheblichen Aufwand mit sich. Versuche, diesen Vorgang Web-gestützt zu automatisieren, leiden unter mehreren Problemen. Erstens sind gängige E-Learning-Plattformen nur unvollkommen geeignet mathematische Inhalte zu präsentieren, auch wenn dort durch die Einführung von XML bzw. *MathML* einige Fortschritte erzielt wurden. Zweitens sind statische Frage-Antwort-Paare von geringem Wert, da sie nur einmal verwendet werden können (und sich Lösungen schnell herumsprechen). Lediglich Aufgaben mit variablen

numerischen Parametern lassen sich innerhalb konventioneller Systeme einigermaßen praktikabel bewerten. Das ist allerdings für komplexe mathematische Fragestellungen zu wenig.

MATHEMATISCHE ASSESSMENTSYSTEME

Es existiert eine Reihe von Versuchen, die oben angesprochenen Probleme eines automatischen, mathematischen Übungs- und Bewertungssystems zu bewältigen. Die Motivationen sind dabei durchaus unterschiedlich. Zum einen steht die Übung im Vordergrund, zum anderen die automatisierte Prüfung mit entsprechenden Verwaltungs-Tools. Das Spektrum geht von Lösungen, die von einzelnen Entwicklern entworfen wurden und von einzelnen auch betreut werden können (z.B. ref. [11], bis hin zu komplexen, mathematischen E-Learningsystemen, die durch einen Stab von Mitarbeitern betreut werden müssen (z.B. ActiveMath, www.activemath.org).

Zwei reine Assessmentssysteme, die relativ leicht durch einzelne zu installieren und zu warten sind und eine ähnliche Konzeption haben, sind das Open-Software-Projekt *Alice Interactive Mathematics* (AIM, aim.shef.ac.uk/aimsource/) und das kommerzielle System *MapleTA*TM der Firma Maplesoft (<http://www.maplesoft.com>).

Die Bewertung von Antworten kann bei den letzten drei genannten Systemen durch das integrierte Computeralgebrasystem *Maple*TM vorgenommen werden. Damit bietet sich die Möglichkeit Fragen aufzunehmen, die eine symbolische Antwort erfordern, welche aber unter Umständen nicht eindeutig vorzugeben sind. So kann etwa nach der Ableitung des Terms $\tan(x)$ gefragt werden. Mögliche Antworten wären z.B. $1+\tan^2(x)$, oder $1/\cos^2(x)$, die von einem Computeralgebrasystem beide als richtig erkannt werden. D. h. durch die Verwendung eines Computeralgebrasystems im Hintergrund, ist es möglich, gegebene Antworten auf semantische und nicht nur auf syntaktische Korrektheit zu prüfen.

Innerhalb eines Projektes an der HAW Hamburg haben wir die beiden Systeme AIM und *MapleTA*TM evaluiert. Es wurde dann *MapleTA*TM der Vorzug für eine feste Installation gegeben, weil es einen professionelleren Eindruck machte, leichter zu bedienen war und freundlicherweise durch die Firma Maplesoft für einen längeren Testzeitraum zur Verfügung gestellt wurde.

MAPLE TATM

Wie erwähnt, ist die Installation von *MapleTA* einfach und unter gängigen Betriebssystemen möglich. Wir

haben eine Installation unter WindowsXP auf einem Standard-DesktopPC durchgeführt. Der innere Aufbau wird aus der Abbildung 1 deutlich.

Das System beinhaltet eine Fragen- (Questionbank), eine Assessmentdatenbank und eine Studierendenverwaltung. Die Bedienung erfolgt vollständig mit einem Standardbrowser im Web.

Der *Instructor* entwirft die Fragen mithilfe eines Autoren-Tools (Questionbank-Editor), woraus eine Art HTML-Code generiert wird, der auch manuell nachbearbeitet werden kann. Hierbei sind Standardfragetypen wie Multiple-Choice, Textergänzung oder anklickbare Bilder möglich, die auch automatisch ausgewertet werden können. Freitextantworten sind ebenfalls möglich, die dann zur Bewertung an den Instructor verschickt werden. Der Clou sind allerdings die sog. Maple-Graded-Questions. Hiermit können Fragen gestellt werden, die symbolische Antworten erfordern. Diese Antworten werden dann mithilfe des Computeralgebrasystems Maple auf ihre Richtigkeit geprüft. Man muss dazu einen Ausdruck konstruieren, der im Falle einer richtigen Antwort ein *true* produziert. Dazu steht der volle Umfang des Maple-Systems zur Verfügung. Für die oben angegebene Frage nach der Ableitung des Tangens etwa, kann Maple selbst die Ableitung des Tangens mit dem Befehl `diff(tan(x),x)` und damit die Differenz zur gegebenen Antwort, die in der Variablen `$RESPONSE` abgelegt ist, bilden. Wird diese Differenz mit dem recht mächtigen `simplify`-Befehl bearbeitet, kommt im Falle einer richtigen Antwort 0 heraus, die sehr leicht mit dem Maple-Befehl `evalb` getestet werden kann. Die komplette Überprüfung sieht dann so aus:

```
evalb(simplify($RESPONSE-diff(tan(x),x))=0)
```

Mit mittleren Maplekenntnissen können solche Ausdrücke leicht gebildet werden. Durch viele

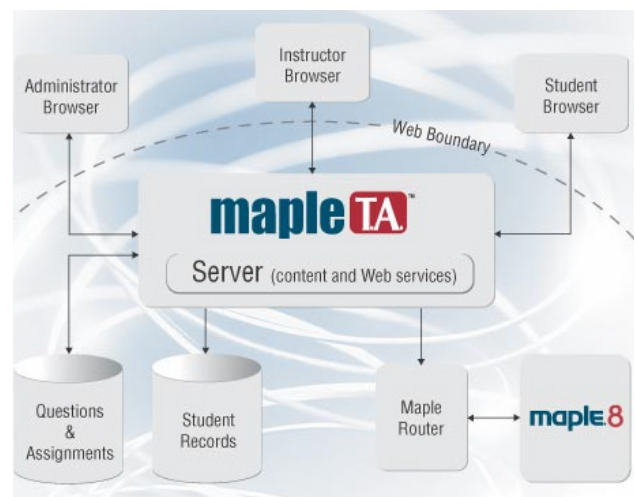


Abbildung 1: Aufbau des *MapleTA*-Systems.

Beispiele, die als *Templates* genutzt werden können, ist eine Einarbeitung gut möglich. Wunder darf man allerdings nicht erwarten und es kann insbesondere im Bereich der trigonometrischen Identitäten vorkommen, dass eine Gleichheit nicht erkannt wird. Insofern ist der *Instructor* gehalten, seine Fragen ausgiebig zu testen.

Für numerische Fragestellungen, die eine quantitative Antwort verlangen, oder für eingefügte numerische Parameter, stehen eine Reihe von Bereichs- und Zahlentypen zur Verfügung, die, falls gewünscht, mit Zufallsgeneratoren gewählt werden können. Ein typisches Eingabefenster des Questionbank-Editors ist in Abbildung 2 gezeigt.

Ist die Questionbank angelegt, werden mit dem Assignment-Editor aus den Fragen Tests zusammengestellt und diese mit Wertungspunkten versehen. Dabei können Fragen auch aus Gruppen zufällig gewählt werden. So kann man erreichen, dass die Studierenden nie zweimal den gleichen Test zu sehen bekommen. Ebenso können im Assignment-Editor Zugangsrechte, Sichtbarkeiten von Hilfen, etc, festgelegt werden.

In den Student-Records wird der Stand der Studierenden, die Zugriffsmodalitäten, etc, verwaltet. Wird das System, wie in unseren Fall, lediglich als anonymer Übungsserver verwendet, kann die Studierendenverwaltung außer acht gelassen werden.

Die Studierenden benötigen ebenso wie der Instructor lediglich einen Standard-Web-Browser (Internet Explorer/Netscape), um auf die Assessments zuzugreifen. Zur Beschleunigung der Darstellung des Formelsatzes kann ein Plugin installiert werden. In der Abbildung 3 zeigen wir ein typisches Studierendenfenster.

Der Studierende wählt also die entsprechende Web-

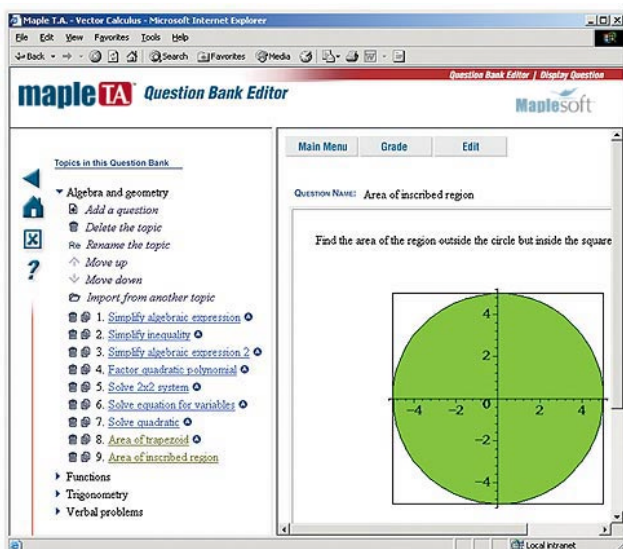


Abbildung 2: Der Questionbank-Editor.

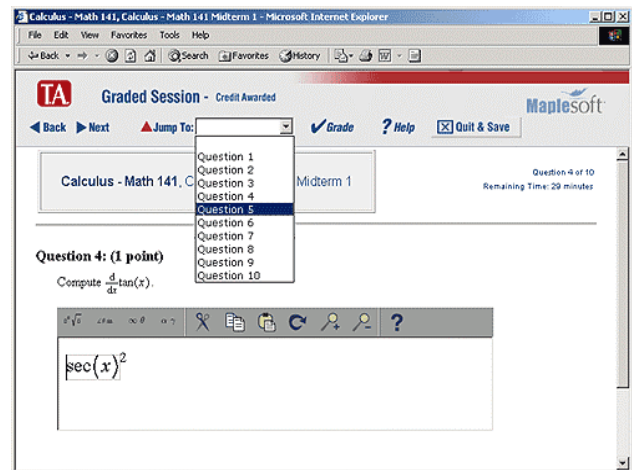


Abbildung 3: Frage- und Antwortbrowser.

Seite (Class) auf dem Übungsserver, identifiziert sich (falls verlangt) und führt den Test mit den vorgesehenen Fragen durch. Danach werden die Antworten bewertet (Grading) und Hinweise, oder die richtigen Antworten und die Punkte angezeigt. Wird der Test wiederholt, so können andere Fragen aus der Questionbank mit anderen Parametern ausgewählt werden.

Auf diese Weise kann sichergestellt werden, dass Aufgabentypen beherrscht und nicht nur auswendig gelernt werden.

Zur Einarbeitung in das System steht eine gute englische Online-Hilfe zur Verfügung. Insgesamt stellt die englische Benutzerführung kein wesentliches Problem dar, wir hätten uns aber zumindest editierbare Systemmeldungen gewünscht, um eigene deutsche Kommentare, etc, anzuzeigen. Die Aufgabentexte können natürlich frei gewählt werden. Für unsere deutschen Studierenden haben wir daher eine kleine Kurzeinführung entworfen, die über die Webseite (www.haw-hamburg.de/~schramm/cats) verfügbar ist.

ERSTE TESTS

Für das erste Semester des Studiengangs Geomatik der HAW Hamburg wurde im Sommersemester 2004 eine Übungsklausur für den Bereich Funktionenlehre und Analysis entworfen, die von den Studierenden zur Klausurvorbereitung genutzt wurde.

Die Resonanz war im Wesentlichen positiv. Insbesondere der Mix aus verschiedenen Aufgabentypen motivierte die Studierenden stark. Die Möglichkeit Aufgabentypen mit unterschiedlichen Parametern so lange zu wiederholen, bis sie wirklich beherrscht wurden, wurde als sehr hilfreich empfunden. Interessant war, dass einige Studierende die Anonymität der Tests als recht wichtig erachteten.

Das wirft natürlich ein Licht auf die Lernkultur und sollte beachtet werden.

Es ist zu früh, um quantitativ zu beurteilen, wie stark der Lernerfolg durch das verwendete System beeinflusst wurde. Allerdings haben alle Teilnehmer der *MapleTA*-Tests, die darauf folgende Klausur bestanden.

Um das System später auch unter rechtlich abgesicherten Umständen für bindende Prüfungen einsetzen zu können, müssen noch die Rahmenbedingungen geklärt werden. Es könnte sich dabei als nützlich erweisen, dass sog. *Proctoren* vorgesehen sind, die mit zusätzlichen Passwörtern versehen, die Prüfungsteilnehmer ggf. nach Vorlage eines Ausweisdokumentes in Pools an den Rechnern einzeln freischalten können.

SCHLUSSFOLGERUNG

Das System *MapleTA*TM stellt eine geeignete Umgebung dar, um mit vertretbarem Aufwand Internetgestützte Mathematiktests zu entwerfen und durchzuführen. Der erste konkrete Einsatz lässt begründet vermuten, dass dies System den Lernerfolg der Studierenden deutlich verbessern und so auch zur Verminderung der Abbruchquote beitragen kann.

DANKSAGUNG

Wir bedanken uns bei der Firma Maplesoft Inc., Waterloo, Ontario, Kanada, und Scientific Computers, Aachen, für die freundliche Unterstützung unseres Projektes.

REFERENZEN

- Schramm, T., Mathematik zum Anfassen: Eine Brücke zwischen Schule und Hochschule. *Global J. of Engng. Educ.*, 6, 3, 231-233 (2002).
- Tiedt, R-P., Computerunterstützung in der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Proc. 3. Workshop Mathematik für Ingenieure*, Hamburg, Deutschland (2004).
- Gennis, M., Visualisierung mathematischer Sachverhalte mit den Mitteln eines Standard Office Pakets. *Global J. of Engng. Educ.*, 8, 3, (2004).
- Schott, D., Fluch und Segen der Computermathematik. *Global J. of Engng. Educ.*, 8, 3, (2004).
- Dankert, J., Mathematik-Ausbildung für Ingenieure, zwingen uns die leistungsstarken Software-Tools zum Umdenken? *Proc. 3. Workshop Mathematik für Ingenieure*, Hamburg, Deutschland (2004).
- Schramm, T., Computer algebra systems in engineering education. *Global J. of Engng. Educ.*, 2, 2, 187-194 (1998).
- Schramm, T., Jedem das Seine – Allen das Richtige! Mathematische Problem-Lösungs-Umgebungen im Einsatz in Lehre und Forschung. *Global J. of Engng. Educ.*, 4, 2, 183-190 (2000).
- Schramm, T., Computeralgebrasysteme als Integrationswerkzeug im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. Das mathematische Pendel – eine Fallstudie. *Global J. of Engng. Educ.*, 5, 3, 289-298 (2001).
- Schramm, T., Neue Tools zur Unterstützung der Lehre und des Lernens in Maple 8. *Global J. of Engng. Educ.*, 6, 3, 235-242 (2002).
- Maas, C., Interaktive Mathematik-Skripten auf der Basis von Maple. *Proc. 3. Workshop Mathematik für Ingenieure*, Hamburg, Deutschland (2004).
- Buchholz, J.J., MAUS. *Global J. of Engng. Educ.*, 8, 3, (2004).

BIOGRAPHIE



Thomas Schramm lehrt an der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg als Professor im Fachbereich Geomatik Mathematik, Physik und Datenverarbeitung. Er beschäftigt sich dort mit dem fachübergreifenden Einsatz computergestützter Mathematik zu Forschungs-, Lern-

und Lehrzwecken.

Die Förderung des naturwissenschaftlichen Unterrichts an Schulen ist ein anderer Schwerpunkt seiner Tätigkeit. Hierzu führt er Kurse mit Schülern und Fortbildungen mit Lehrern durch.

Thomas Schramm ist Diplomphysiker. Er promovierte 1988 über ein astrophysikalisches Thema der Gravitationslinsentheorie an der Hamburger Sternwarte. Dort forschte er bis 1995 auf Gebieten der theoretischen und beobachtenden Astrophysik. Von 1995 bis 2001 war er als Fachberater für wissenschaftliches Rechnen und multimediale Anwendungen im Rechenzentrum der technischen Universität Hamburg Harburg tätig. Noch heute steht er der TUHH zu Beratungszwecken zur Verfügung.

Nebenberuflich ist Herr Schramm als Fernfachberater der Studierenden der Fernhochschule Hamburg in den Fächern Wirtschaftsmathematik, -Informatik und -Statistik und als freier Autor tätig.