

Einsatz von CAS im Mathematikunterricht – ein Akzeptanzproblem

Udo Meyer

Hochschule Bremen - University of Applied Sciences
Neustadtswall 30, D-28199 Bremen, Deutschland

Wir verwenden Computer-Algebra-Systeme (CAS), insbesondere MAPLE, seit rund sieben Jahren in der Ingenieurausbildung im Studiengang Schiffbau und Meerestechnik der Hochschule Bremen. Neben der anfänglichen Euphorie setzte auch schnell Ernüchterung ein. Von den meisten Studenten werden CAS, im Gegensatz zum Taschenrechner, eher als Belastung denn als Hilfe gesehen. Der Nutzen derartiger Systeme wird für viele durch Probleme in der Bedienung verdeckt. Um die Bereitschaft der Studenten zu erhöhen, sich mit dem Medium auseinander zu setzen, sollten CAS in Klausuren und in Vorlesungen zum Einsatz kommen. Beides war in der Vergangenheit nicht unproblematisch. Trotz aller Schwierigkeiten glauben wir, dass es auf Grund des stark geschrumpften Anteils an Kontaktstunden, kaum einen anderen finanzierbaren Weg für die praktische Ingenieurausbildung gibt, als den Einsatz von CAS weiter zu forcieren.

EINLEITUNG

Seit Jahren beobachten wir im Studiengang eine Abnahme der mathematischen Kenntnisse der Erstsemester-Studenten (Abbildung 1). Während der Schulbildung haben sich bei einzelnen Studenten auch im Bereich der Elementarmathematik erhebliche Defizite aufsummiert, die nach unseren Erfahrungen kaum in einem Vorkurs Mathematik oder parallel zum neu angebotenen Stoff behoben werden können.

Die Verwendung von CAS, so glaubten wir, könne auch diesen Studenten eine Chance geben einen Zugang zum Verständnis höherer ingenieurmatischer Methoden zu finden. Langwierige und fehleranfällige Berechnungen können in Sekundenschnelle durchgeführt werden und den Blick auf wesentliche Aspekte der Mathematik konzentrieren. Anwendungen der Integralrechnung statt Integrationsmethoden, Fourieranalysis benutzen anstatt sich mühsam mit dem Aufstellen von ein paar Reihen abquälen. Mathematik würde nicht nur auf das Rechnen reduziert. Gerade in unserem Studiengang,

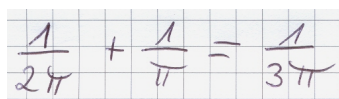

$$\frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} = \frac{1}{3\pi}$$

Abbildung 1: Nebenrechnung in einer Klausur.

in dem sehr inhomogene Studentengruppen die Regel sind, sollte der Einsatz von CAS eine sehr differenzierte Ausbildung ermöglichen, schwächeren Studenten bei algebraischen Umformungen helfen sowie Spitzenstudenten das Selbststudium erleichtern. Nicht zuletzt machen CAS dem Dozenten Spaß, und es gab keinen Grund anzunehmen, dass es für die Studenten anders sein sollte.

Entwicklung des Einsatzes

Wir haben vor rund sieben Jahren begonnen, CAS in der Ausbildung einzusetzen. Angefangen hat es mit einem freiwilligen Angebot für interessierte Studenten. An drei Rechnern hatten die Studenten die Möglichkeit mit Maple 3 zu arbeiten. Eine Handvoll Studenten fand sich mehr oder weniger regelmäßig zusammen, um den Umgang mit dem CAS zu lernen. Unterrichtet wurde klassisch-frontal mit Folien und Tafel. Die Vermittlung des Stoffes erwies sich als weitaus schwieriger als gedacht. Da wir kaum Erfahrungen mit dem Unterricht von komplexeren Programmen hatten, waren wir sehr überrascht, wie spröde und sperrig sich CAS in der Lehre verhalten. Entsprechend gering war die Werbewirksamkeit dieses freiwilligen Angebotes. Der Großteil des Semesters interessierte sich nicht dafür.

Der nächste Schritt bestand darin, die Rahmenbedingungen zu verbessern. Wir schafften eine Klassenraum-Lizenz Maple 8 an. Ebenfalls wurden parallel zur Vorlesung freiwillige Übungen angeboten. Anstelle des Frontalunterrichtes wurden einzelne Rechnungen vorgeführt, und die Dateien an die Studenten verteilt.

Die Motivation und Mitarbeit der Studenten könnte man als sehr verhalten bezeichnen.

Erfolgreicher waren wir im Wahlpflichtfach Mathematikvertiefung, das wir im Hauptstudium angeboten haben. Die sich dort einfindenden Studenten sind naturgegeben leistungsfähig und an Mathematik interessiert. In relativ kurzer Zeit eigneten sie sich schon gute Kenntnisse in CAS, zu neunzig Prozent in Eigenleistung, an.

Getreu dem Spruch: *und bist du nicht willig so brauchen wir Gewalt*, wurden CAS verpflichtender Stoff für alle. Beispielrechnungen wurden vorgeführt und anschließend auf jeden Rechner der Studenten gespiegelt.

Die Rechnungen mussten parallel zur Vorführung abgetippt werden und dienten dann als Anhaltspunkt, um Aufgaben abzuarbeiten. Diskussionen über rechtliche Probleme bei der Umsetzung der Prüfung direkt am Rechner führten dazu, dass die Studenten zwar die Klausur an dem Rechner durchführen konnten, aber die Ergebnisse und Zwischenschrittrechnungen vom Monitor abschreiben mussten.

Die Mitarbeit und auch die Motivation war auf Grund des Zwanges, in der Klausur mit dem CAS umgehen zu müssen, etwas besser als vorher. Die Darstellung der CAS als Hilfsmittel konnte nicht vermittelt werden.

Mit dem Wechsel in die Bachelor-Studiengänge haben wir nun die Leistung am Rechner von der mathematischen Leistung getrennt. Wir prüfen CAS in einem Test als Zugangsvoraussetzung für die Klausur ab. Die eigentliche Klausur muss ohne den Rechner bestanden werden. Die Mitarbeit und die Motivation wird unter Druck etwas besser. Besonders *motivierend* scheint die Durchführung als mündliche Prüfung zu sein. Zwei Studenten müssen unter Aufsicht eines Prüfers Beispielaufgaben berechnen.

Wir verwenden jetzt Maple 9, welches nach unserer Ansicht hinsichtlich der Stabilität vor allem bei aufwendigeren Rechnungen Probleme bereitet. Dies wirkt sich auch negativ auf die Akzeptanz der Studenten gegenüber CAS aus. Geändert hat sich nichts daran, dass die Mehrzahl der Studenten die Auseinandersetzung mit dem CAS als zusätzliche Belastung empfindet.

BEISPIELAUFGABEN

Das U-Boot

In Abbildung 2a (das U-Boot) wurde das Tafelbild als eine der ersten Übungen skizziert. Die Aufgabe der Studenten bestand darin, diese Struktur mit Hilfe der Graphen elementarer Funktionen darzustellen. Eine Studentenlösung ist unter Abbildung 2b zu sehen.

Eine ganze Reihe von Eigenschaften elementarer Funktionen mussten von den Studenten für die Bearbeitung der Lösung wiederholt werden:

- Einfache Funktionen;
- Die Steigung von Geraden;
- Abschnittsweise definierte Funktionen;
- Schnittpunkte von Graphen;
- Geometrische Transformationen.

Die Variation der Frequenz (untere Welle) gelang leider nicht. Dies ist symptomatisch für die nach unseren Beobachtungen zunehmenden Probleme, die viele Anfängerstudenten mit Trigonometrischen Funktionen haben.

Neben der großen Hilfe beim Verständnis, tauchen aber auch neue Schwierigkeiten auf. Das Problem muß nicht nur mathematisch formuliert, sondern zusätzlich noch in eine Programmiersprache übersetzt werden. Die Flutklappen am Bug und Heck des U-Bootes können mathematisch einfach durch Angabe des Definitionsbereiches der Funktionen beschränkt werden. In Maple wird nur über die Darstellung der

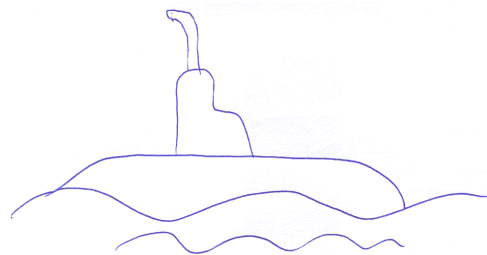


Abbildung 2a: Tafelbild der Beispielaufgabe.

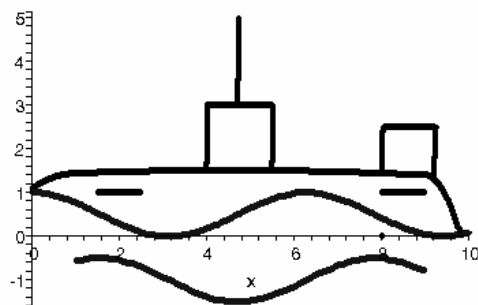


Abbildung 2b: Studentenlösung der U-Boot Aufgabe.

Zeichenbereich beschränkt (Abbildung 3), was bei einigen Studenten für zusätzliche Verwirrung sorgte.

```
f := [1,2,1,8] → ℝ
      x ↦ 1
> f := x -> 1;
> plot(f(x), x = 1.2..1.8)
```

Abbildung 3: Beschränkung des Definitionsbereiches.

Der Ellipsen-Aufgabe

In Abbildung 4a sind eine Ellipse und eine Gerade dargestellt, die so gedreht werden sollen, dass die Tangente und Normale mit den Koordinatenachsen zusammenfallen.

In Abbildung 4b ist die Lösung von Markus Winterberg, Student im ersten Semester, (Photo) zu sehen. Dass Matrizenoperatoren auf Funktionen anwendbar sind, ist ein für viele Anfängerstudenten überraschender Aspekt der linearen Algebra. Zu Fuß

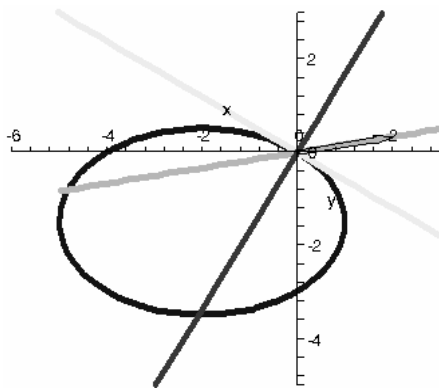


Abbildung 4a: Ellipse mit Tangente, Normale und weiterer Geraden (Richtungsvektor).

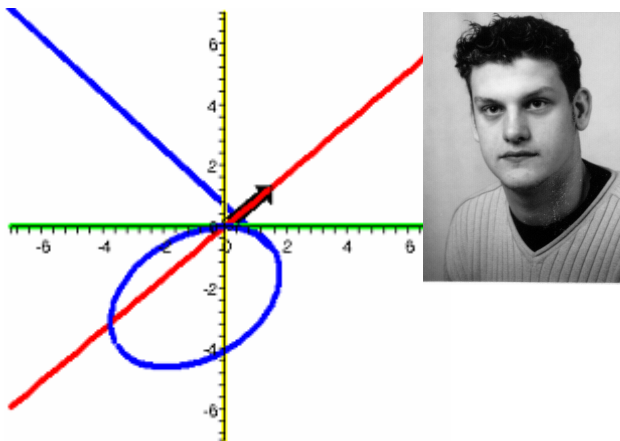


Abbildung 4b: Lösung der Ellipsen-Aufgabe. Die Gerade im zweiten Quadranten ist ein Artefakt in der Studentenzuweisung.

kann man mit vertretbarem Zeitaufwand allenfalls einfachste Funktionen bearbeiten. Durch den Einsatz von CAS können die Studenten auch mit unterschiedlichen Operationen spielen und verschiedene Verkettungen auch an komplexeren Funktionen ausprobieren. Aspekte wie die Hauptachsentransformation, die auf Grund der Straffung des Curriculums nicht mehr behandelt werden können, werden durch CAS auch im Selbststudium zugänglich.

Das Boot

Stellen Sie ein Schiff dar, das in einer lauen Sommernacht auf Varadero Beach zuläuft.

In Abbildung 5 ist die graphische Darstellung der Lösung von Robert Hagedorn (Photo), Student im zweiten Semester, zu sehen.

Ursprünglich bestand die Lösung nur aus einem Boot, aber durch Spaß am Experimentieren kam dann auch noch der Katamaran hinzu. Während der Übung kam es zu einer sehr fruchtbaren Diskussion darüber wie man eigentlich von Ellipsoiden zu Zylindern kommt, was ohne dem Visualisierungswerkzeug CAS sicher nicht passiert wäre. Die Verkipfung des Katamarans und des Großsegels ist durch Versuch und Irrtum entstanden, bei dem Ballonsegel (Teil eines Ellipsoids) funktioniert das natürlich nicht. Auch hier wurde der Student zum Experimentieren angeregt.

Das Zelt

Die Aufgabe bestand darin, diverse Operationen auf Vektoren anzuwenden. Ähnlich wie bei der Funktionsdefinition in Abbildung 3 treten auch bei Vektoren Übersetzungsprobleme auf (Abbildung 6).

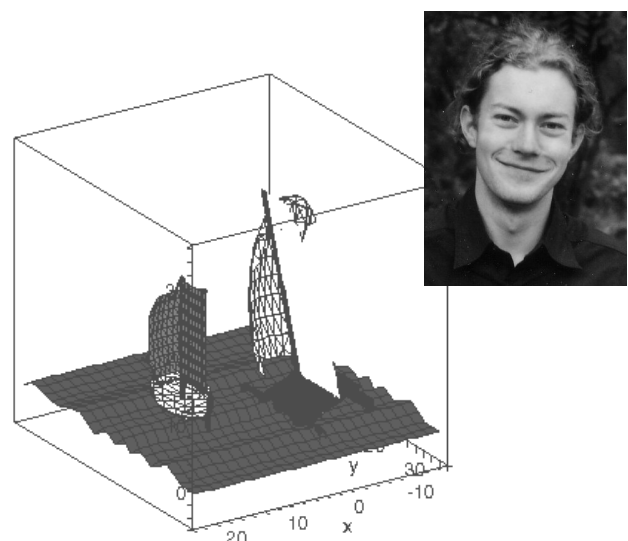


Abbildung 5: Lösung der Bootsaufgabe.

Das kleine rothaarige Mädchen errichtet ein kleines Zelt. Die Lage der Eckpunkte des Zeltbodens: A(2,1,0), B(4,1,0), C(2,5,1) und D(4,5,1). Das Zelt steht also auf einem geneigten Hang.

1. Errichten Sie senkrecht auf dem Zeltboden (nicht senkrecht auf der x/y-Ebene) die beiden Zeltstangen an den Stirnseiten des Zeltbodens. Die Länge der Zeltstangen betrage 1,5 L.E.
2. Zeichnen Sie die beiden Dachflächen des Zeltes ein.
3. Verschieben Sie das Zelt um 3 L.E. in y-Richtung.
4. Drehen Sie das ursprüngliche Zelt um 45° um die z-Achse.
5. Das ursprüngliche Zelt soll doppelt so breit, dreimal so lang und viermal so hoch werden, dabei soll die Neigung des Zeltbodens erhalten bleiben.

```
>A:=Vector([1,2,1]);
>vA:= arrow([0,0,0],A);
```

Abbildung 6: Definition von Vektoren.

Der Begriff des Vektors ist für viele Studenten so fest mit der Vorstellung von kleinen Pfeilen verbunden, dass das graphische Objekt *arrow* als Vektor angesehen wird. Bei einigen Studenten kostete es erhebliche Anstrengungen, den Unterschied zwischen dem Vektor *Vector* und dem Pfeil *arrow* klar zu machen.

Abbildung 7 zeigt die Lösung von Herwig Böhler, Student im ersten Semester. Um einen Eindruck vom Umfang der Lösung zu bekommen, muss man sich vergegenwärtigen, dass der Quellcode ca. 6 DIN A 4 Seiten Platz beansprucht. Eine Arbeitsleistung, die leider nicht in Noten oder ECTS-Punkten belohnt wird.

An der graphischen Darstellung der Lösung zeigt sich wieder, was für eine großartige Hilfe ein CAS sein kann. Bei der Streckung des Zeltes in drei Richtungen (Abbildung 7 großes Zelt) ist es zu einer Deformation gekommen. Zum einen ist es auch für einen Studenten leicht zu erkennen, dass die Lösung nicht ideal ist, zum anderen kann er alternative Lösungswege ausprobieren und sofort überprüfen.

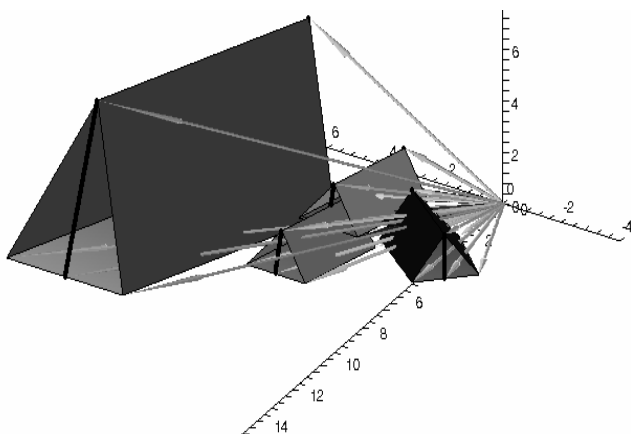


Abbildung 7: Lösung der Zeltaufgabe.

RESÜMEE

Unsere ursprünglichen Hoffnungen, die wir mit der Einführung der CAS verbunden hatten, haben sich alle nicht erfüllt. Das CAS kann eine lückenhafte mathematische Vorbildung des Studenten nur eingeschränkt ersetzen (s. Abbildung 8). Auch sparen die CAS dem Studenten kaum Arbeit. Im Gegenteil, es muss mehr Arbeit aufgewendet werden, welche in unserem derzeitigen System nicht honoriert wird. Die Möglichkeiten, selbständig weiter in die Materie einzudringen, führt zu einer stärkeren Polarisierung innerhalb des Kurses.

Dagegen erlebten wir während der vergangenen Jahre doch auch eine Reihe positiver Entwicklungen, an die wir vor der Einführung von CAS nicht gedacht hatten. Der Student wird sehr niederschwellig mit dem Umgang mit formalen Systemen vertraut gemacht! Der zweite Punkt ist, dass Studenten *mathematisch kreativ* werden. Sie können mit dem Dozenten, mit Hilfe des Dolmetschers oder Visualisierers CAS diskutieren!

AUSBLICK

Wünschenswert wäre es, die Motivation der Studenten weiter zu steigern. Ein praktikables Mittel wäre die Akzeptanz und Anerkennung von CAS-Dateien als Prüfungsdokumente. Hierzu gibt es schon einige Ansätze, welche jedoch bei der praktischen Umsetzung neue Probleme aufwerfen. Diese spiegeln sich zunehmend im technischen und formalen Sektor wider. Ein wichtiger Schritt wäre der selbst-verständliche Einsatz von CAS als Arbeitsmittel in den ingenieurwissenschaftlichen Kernfächern wie Festigkeit und Mechanik. Letztlich müsste es gerade im Bachelor-System, das ja mehr Eigenständigkeit der Studenten propagiert, möglich sein, die Mehrarbeit der Studenten auch in Form von Credit points und Noten zu honorieren.

BIOGRAPHIE



Udo Meyer, Studium der Physik an der Universität Bremen. Seit 1998 LfBA für Mathematik und Physik im Fachbereich Schiffbau, Meerestechnik und angewandte Naturwissenschaften an der Hochschule Bremen. Lehraufträge in Mathematik an der Hochschule Bremerhaven. Seit 2003 Wissenschaftlicher Mitarbeiter im Bereich Oberflächenanalytik und Grenzflächenforschung am Fraunhofer Institut Fertigungstechnik Material-forschung in Bremen.